

Die graphische Behandlung der mechanischen Wärmetheorie



Gustav Hermann



Die graphische Behandlung
der
mechanischen Wärmetheorie.

Von

Gustav Herrmann,

Professor an der Technischen Hochschule in Aachen.

Mit zwei lithographirten Tafeln.



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH 1885



Vortrag, gehalten in der XXV. Hauptversammlung des
Vereines deutscher Ingenieure.

~~~~~

Sonderabdruck aus der Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure.  
1884, No. 45, 46 und 47.

---

**Additional material to this book can be downloaded from <http://extras.springer.com>**

ISBN 978-3-642-89836-5      ISBN 978-3-642-91693-9 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-642-91693-9

Softcover reprint of the hardcover 1st edition 1885

## VORWORT.

Das vorliegende Schriftchen ist die Wiedergabe eines Vortrages, welchen der Unterzeichnete in der 25. Hauptversammlung des Vereines deutscher Ingenieure zu Mannheim am 1. September 1884 zu halten veranlasst worden war und welcher darauf in der Zeitschrift dieses Vereines gedruckt worden ist. Einigen geäußerten Wünschen hat die Verlagsbuchhandlung in freundlicher Weise entsprochen, indem sie einen Sonderabdruck des Artikels veranlasst hat in welchem die Tafeln behufs der Verwendung im Zeichenbureau auf stärkeres Papier gedruckt sind.

Aachen, den 1. December 1884.

**Gustav Herrmann.**

Wenn ich die mechanische Wärmetheorie zum Gegenstande meiner Betrachtung gewählt habe, so geschah dies, weil ich glaubte, in den Kreisen der Ingenieure einiges Interesse hierfür voraussetzen zu sollen; wenigstens dürften zu diesem Glauben die verschiedenen Veröffentlichungen berechtigen, welche in neuerer Zeit in der technischen Literatur über Gegenstände zu finden sind, die mit der mechanischen Wärmetheorie im engen Zusammenhange stehen. Obwohl die glänzenden Ergebnisse dieser Wissenschaft, mit welchen die Namen der bedeutendsten Forscher auf diesem Gebiete verknüpft sind, den Gegenstand der Behandlung verschiedener, großenteils trefflicher Lehrbücher ausmachen, und obgleich heutzutage wohl an allen technischen Hochschulen ein besonderer Vortrag dieser Materie gewidmet ist, so findet sich doch im großen und ganzen in den Kreisen der Ingenieure nicht immer diejenige Klarheit der Anschauungen vor, welche bei einem für die ganze Technik so bedeutenden Gegenstande zu wünschen ist. Zwar hat die mechanische Wärmetheorie bis jetzt nicht vermocht, an die Stelle der von früher her gebräuchlichen Berechnungsart

der Dampfmaschinen eine wesentlich andere Methode zu setzen; aber doch wird niemand verkennen, dass auf eine ganze Reihe hochwichtiger Fragen eine genügende Antwort nur von der mechanischen Wärmetheorie zu erwarten ist. Ich erinnere in dieser Beziehung nur an die in neuester Zeit so lebhaft erörterte Frage des Dampfmantels, an den Einfluss der Compression und den Vorteil der Ueberhitzung des Dampfes, an die Bedeutung der Gasfeuerung für Dampfkessel und an die immer noch offene Frage nach dem eigentlichen Wirkungsgrade der Dampfmaschinen. Das Gebiet, auf welchem diese und ähnliche Fragen sich bewegen, ist gewiss ein bedeutendes und ein solches, auf welchem noch vieles zu thun übrig ist.

Es will mich bedünken, als ob die Ursache, warum die Anschauungen über die Wirkung der Wärme bisher vielfach noch unklare sind, in der besonderen Art der Behandlung liegen könnte, welche diesem Gegenstande bis jetzt fast ausschliesslich geworden ist; ich meine, in der Behandlung auf dem rein analytischen Wege. Gewiss ist diese Methode an sich ein vorzügliches und in vieler Beziehung ganz unersetzbares Mittel der Forschung, namentlich, was die Schärfe der Schlussfolgerung und die Erkennung neuer Wahrheiten anbetrifft, und man könnte die Analyse ein geistiges Mikroskop nennen, welches uns Einsicht eröffnet in Gebiete des Wissens, in denen das unbewaffnete Auge nichts mehr zu sehen vermag. Was aber den Ueberblick über ein ganzes großes Gebiet, was die Anschauung im allgemeinen betrifft, so möchte ich in dieser Hinsicht die ausschliessliche Anwendung der Analysis vergleichen mit dem Gebrauch einer Lupe beim Besuch einer Kunstgalerie. Wir könnten damit die einzelnen Gemälde sondiren, einen Gesamteindruck würden wir dadurch nicht erlangen; dazu ist nötig, die Gegenstände von einem nicht zu nahen Standpunkt aus zu betrachten, damit über dem Studium der Einzelheiten nicht die Anschauung des Ganzen verloren gehe. Gerade in Hinsicht auf Anschaulichkeit scheint mir aber die graphische Methode ein vorzügliches Mittel zu sein, und es möge erlaubt sein, hier die

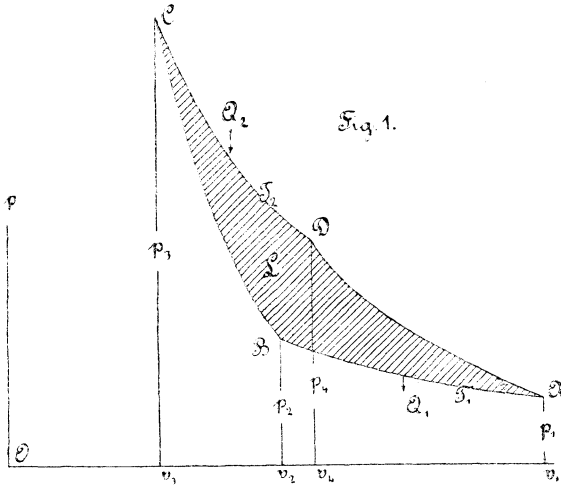
mechanische Wärmetheorie im Lichte der graphischen Beleuchtung vorzuführen.

Bekanntlich sind es zwei Hauptgesetze, auf denen die mechanische Wärmetheorie vorzugsweise beruht, und welche auch in der Regel als der erste und zweite Hauptsatz bezeichnet werden. Der erste dieser Sätze, welcher von der Aequivalenz zwischen Wärme und mechanischer Arbeit handelt, bedarf hier keiner näheren Erläuterung. Wir haben alle Ursache, die Wärme als eine gewisse Art von Bewegung anzusehen, und zuverlässige Versuche haben zu dem Resultate geführt, dass eine Wärmeeinheit immer eine mechanische Arbeit von  $424^{\text{mkgr}}$  erzeugen kann, und dass umgekehrt eine solche Arbeit wieder eine Wärmeeinheit hervorzurufen vermag. Dabei ist es ganz gleichgiltig, bei welcher Temperatur diese Wärmemenge auftritt, so dass die ehemals von Carnot vertretene Ansicht nicht zutreffend ist, welcher zufolge Wärme von höherer Temperatur ein größeres Arbeitsvermögen enthalten sollte als Wärme von niederer Temperatur.

Mehr Schwierigkeiten pflegt in der Regel der zweite Hauptsatz zu veranlassen, welcher von der gegenseitigen Umwandlung von Wärme in Arbeit und umgekehrt handelt. Dieser Satz in seiner wörtlichen Fassung, wie sie sich in fast allen darüber bekannt gewordenen Schriften findet, besagt, dass mit jeder solchen Umwandlung vermittels des bekannten Carnot'schen Kreisprocesses ein gleichzeitiger Uebergang von Wärme aus einem Körper von höherer Temperatur in einen anderen von niederer bzw. umgekehrt verbunden ist. Diese Behauptung eines Wärmeüberganges ist zuerst von Carnot aufgestellt und nachher von Clausius beibehalten worden, welcher diesen Uebergang als eine gewisse andere Umwandlung, nämlich als eine solche von Wärme einer Temperatur in Wärme einer anderen Temperatur bezeichnet und dafür den Satz von der Aequivalenz der Verwandlungen ausgesprochen hat.

Wie es sich mit diesem Uebergange verhält, lässt sich am besten aus der Zeichnung (Fig. 1) ersehen, welche das Diagramm des bekannten Carnot'schen Kreisprocesses dar-

stellt. Wir denken uns 1<sup>kg</sup> atmosphärischer Luft von einer Temperatur  $t_1$  der uns umgebenden Atmosphäre, etwa von  $12^{\circ}\text{C}$ ., also von einer absoluten Temperatur  $T_1 = 273 + t_1 = 285^{\circ}$ ,



und stellen das Volumen  $v_1$  dieser Luft durch die horizontale und die Spannung  $p_1$  durch die verticale Ordinate des Punktes  $A$  vor, so dass also dieser Punkt  $A$  dem vorausgesetzten Zustande der Luft entspricht. Die letztere sei in einem Gefäße, etwa in einem Cylinder, enthalten, dessen Wandung wir uns zunächst als für die Wärme absolut durchlässig denken wollen. Wird jetzt das Volumen der Luft etwa durch Verschiebung eines in dem Cylinder befindlichen Kolbens auf den kleineren Betrag  $v_2$  zusammengedrückt, wobei wegen der Wärmedurchlässigkeit der Cylinderwand die Temperatur der Luft den Wert  $T_1$  beibehält, so verändert sich die Spannung nach dem Mariotte'schen Gesetze von  $p_1$  auf  $p_2$ , indem die Zustandsänderung der Luft durch die isothermische Linie  $AB$  dargestellt ist. Die zu dieser Zusammendrückung aufzuwendende mechanische Arbeit ist durch die vertical unter  $AB$  bis zur Achse  $O v_1$  gelegene Fläche ausgedrückt. Diese Arbeit  $L_1$  wird



dabei in eine Wärmemenge  $Q_1 = AL_1 = \frac{L_1}{424}$  Wärmeeinheiten verwandelt, und zwar wird diese Wärmemenge  $Q_1$  vollständig an die umgebende Atmosphäre abgegeben.

Stellt man sich nunmehr die Cylinderwand als vollkommen undurchlässig für Wärme vor und setzt unter dieser Voraussetzung die Zusammendrückung der Luft fort, bis das Volumen  $v_2$  auf  $v_3$  verringert worden ist, so erfolgt diese Zusammendrückung auf adiabatischem Wege, und die hierzu aufzuwendende Arbeit  $L_a$ , welche durch die unter  $BC$  gelegene Fläche ausgedrückt ist, wird in die Wärme  $Q_a$  verwandelt, die jetzt in der Luft verbleibt, also die absolute Temperatur derselben von dem kleineren Werte  $T_1$  auf den größeren  $T_2$  erhebt. Nunmehr kann man zwei auf einander folgende Ausdehnungen vorgenommen denken, zunächst isothermisch bei der höheren Temperatur  $T_2$  von  $C$  nach  $D$  und dann adiabatisch zwischen  $T_2$  und  $T_1$  auf dem Wege  $DA$ . Bei der letzteren Ausdehnung wird genau diejenige Wärmemenge  $Q_a$  wieder in mechanische Arbeit  $L_a$  umgesetzt, welche bei der vorhergegangenen adiabatischen Zusammendrückung von  $B$  nach  $C$  entstand, und es sind daher die beiden unterhalb  $BC$  und  $DA$  gelegenen bis zur Achse reichenden Flächen von gleicher Größe. Man kann daher diese beiden adiabatischen Veränderungen, die sich gegenseitig aufheben, für die weitere Betrachtung ganz außer Acht lassen, und hat es nur mit den beiden isothermischen Veränderungen, der Zusammendrückung von  $A$  bis  $B$  bei der niederen Temperatur  $T_1$  und der Ausdehnung bei der höheren Temperatur  $T_2$  von  $C$  bis  $D$ , zu thun. Während dieser letzteren Bewegung musste offenbar der Luft durch die als vollkommen durchlässig gedachte Cylinderwandung hindurch von einem umgebenden Körper  $W$ , dessen Temperatur constant den Wert  $T_2$  hat, eine bestimmte Wärmemenge  $Q_2$  mitgeteilt werden, deren Arbeitswert  $L_2$  durch die unter  $CD$  gelegene Fläche (bis zur Achse gerechnet) dargestellt ist.

Bei diesem nach Carnot benannten Kreisprocesse, zu Ende dessen die vermittelnde Luft genau wieder in ihren

Anfangszustand zurückgekehrt ist, hat man eine Arbeit  $L$  gewonnen, welche durch das schraffierte Curvenviereck dargestellt ist, und es muss daher eine dieser Arbeit äquivalente Wärmemenge  $Q = AL$  verschwunden sein. Es fand sich nun, dass der wärmere Körper  $W$  an die Luft die Wärmemenge  $Q_2$  abgab, und dass der kältere Körper  $K$  von der Luft die Wärmemenge  $Q_1$  empfing, und es lässt sich durch Rechnung zeigen, dass diese beiden Wärmemengen  $Q_2$  und  $Q_1$  für vollkommene Gase sich wie die zugehörigen absoluten Temperaturen  $T_2$  und  $T_1$  verhalten, so dass die Beziehung gilt:

$$\frac{Q_2}{T_2} = \frac{Q_1}{T_1}$$

Ferner ist  $Q = Q_2 - Q_1$ , d. h. die aus dem wärmeren Körper  $W$  zugeführte Wärmemenge  $Q_2$  muss um die verschwundene, d. h. in Arbeit  $L$  verwandelte Wärme  $Q$  gröfser sein, als die an den kälteren Körper  $K$  abgegebene Wärmemenge  $Q_1$ . Man hat also bei diesem Prozesse einen wärmeren Körper  $W$ , welcher die gröfsere Wärme  $Q_2$  abgegeben, und einen kälteren Körper  $K$ , welcher die kleinere Wärme  $Q_1$  empfangen hat, und man hat daraus ohne weiteres geschlossen, dass diese Wärmemenge  $Q_1$  von dem wärmeren Körper  $W$  durch den vermittelnden Körper zu dem kälteren  $K$  übergeführt werde, und mit Rücksicht darauf hat man dem zweiten Satze die oben angeführte bekannte Fassung gegeben.

Wenn nun auch diese Fassung dem schlieslichen Resultate nicht zuwiderläuft, so entspricht sie doch nicht den tatsächlichen Vorgängen, wie sich leicht aus folgender Betrachtung ergibt.

Die Wärme  $Q_2$ , welche der wärmere Körper  $W$  der Luft mitteilt, wird während der Ausdehnung von  $C$  bis  $D$  vollständig in mechanische Arbeit verwandelt; die eingeschlossene Luft, welche in  $D$  genau dieselbe Wärme enthält, die ihr in  $C$  zu eigen war, hat also von der aus  $W$  stammenden Wärme  $Q_2$  nichts zurückbehalten, sie kann daher hiervon auch nichts an den kälteren Körper  $K$  abliefern. Wenn nun doch der kältere Körper  $K$  die Wärmemenge  $Q_1$  erhält, so ist dieselbe, wie

gezeigt, während der isothermischen Zusammendrückung  $AB$  neu aus der Arbeit  $L_1$  entstanden, welche von außen her auf die Luft übertragen werden musste. Es kann hier also nicht wohl von einem Uebergange der Wärme von  $W$  nach  $K$  die Rede sein, wenigstens hat man sich, wenn man doch davon spricht, diesen Uebergang mit einer zweimaligen entgegengesetzten Verwandlung, erst aus Wärme in Arbeit und dann aus Arbeit in Wärme, verbunden zu denken. Ob diese Vorstellung des Ueberganges mit dem Sprachgebrauche vereinbar und ob es unter solchen Umständen gut ist, von einem Uebergange hier überhaupt zu sprechen, muss fraglich erscheinen, um so mehr, als mit der Bezeichnung Uebergang andere Verhältnisse genau charakterisirt sind, wie ich hier zeigen werde. Auch scheint es, als ob das Verständnis erleichtert und die Fassung einfacher werde, wenn man sie den thatsächlichen Vorgängen anpasst. Danach kann man dem zweiten Hauptsatz in Worten folgenden Ausdruck geben:

»Bei dem Carnot'schen Kreisprocesse zwischen den Temperaturen  $T_1$  und  $T_2$  ist die gewonnene oder verbrauchte Arbeit gleich der Resultante aus zwei entgegengesetzten Verwandlungen von gleichem Gewichte zwischen denselben Temperaturen.«

Ein solcher Process ist ein Verwandlungspaar.

Unter dem Gewichte ist hier, wie üblich, die Gröfse

$$\frac{Q_2}{T_2} = \frac{Q_1}{T_1} \text{ verstanden.}$$

· Diese Fassung des Satzes entspricht den wirklichen Vorgängen, welche, wie gezeigt wurde, als eine Umwandlung der Wärmemenge  $Q_2$  in die Arbeit  $L_2$  und eine entgegengesetzte Umwandlung der Arbeit  $L_1$  in die Wärme  $Q_1$  sich darstellten. Es dürfte diese Fassung auch sonst anderen Verhältnissen der Mechanik entsprechen. Der vermittelnde Körper ist hier nach einer Aufeinanderfolge von Veränderungen genau wieder in seinen Anfangszustand zurückgekehrt, er befindet sich also gewissermaßen in einem Gleichgewichtszustande der Bewegung, welches Gleichgewicht dadurch charakterisirt wird, dass hier zwei entgegengesetzte gleich schwere Verwandlungen vor-

kommen. Ebenso könnte man bemerken, dass hier die verrichtete Arbeit etwa in ähnlicher Weise als das Resultat von zwei gleich schweren entgegengesetzten Verwandlungen erscheint, wie in der Bewegungslehre aus zwei entgegengesetzten gleichen Drehungen eine einfache Verschiebung resultirt.

Diese hier von mir angegebene Fassung des zweiten Hauptsatzes trifft natürlich auch für den umgekehrt geführten Kreisprocess zu, wie er z. B. bei Kälteerzeugungsmaschinen vorkommt, wo es darauf ankommt, behufs der Abkühlung Wärme verschwinden zu machen. Immer, wenn wir mittels des Carnot'schen Kreisprocesses eine gewisse Wärmemenge  $Q_1$  aus dem kalten Körper  $K$  verschwinden lassen, d. h. sie in die Arbeit  $L_1$  verwandeln wollen, welche die Luft bei der Ausdehnung von  $B$  nach  $A$  verrichtet, ist diese Verwandlung von Wärme in Arbeit nur erreichbar durch eine damit verbundene entgegengesetzte Verwandlung der Arbeit  $L_2$  in die Wärme  $Q_2$ , wozu also äußere Arbeit aufzuwenden ist, und wobei dem wärmeren Körper  $W$  Wärme zugeführt wird.

Nach dieser Auffassung wird die Schwierigkeit vollständig vermieden, zu welcher die bisherige Fassung des Satzes bei dem umgekehrten Kreisprocess Anlass giebt. Hierbei muss nämlich, wenn man von einem Uebergange spricht, zugegeben werden, dass Wärme aus einem kälteren Körper zu einem wärmeren übergehen könne.

Dies spricht auch bekanntlich der von Clausius aufgestellte Grundsatz aus, wonach Wärme in der That von einem kälteren zu einem wärmeren Körper übergehen soll, nur nicht von selbst, d. h. nicht ohne eine sogenannte Compensation, d. h. z. B. hier nicht ohne Aufwendung äußerer Arbeit. Wenn man, wie ich schon bemerkte, mit dem Begriffe des Ueberganges stillschweigend denjenigen einer zweimaligen entgegengesetzten Verwandlung verbinden will, so ist dieser Clausius'sche Grundsatz ohne Zweifel richtig, trotz der mannichfachen Einwürfe, welche dann ungerechter Weise erhoben sind. Man kann unter dieser Voraussetzung der Behauptung zustimmen, dass bisher noch keine Erscheinung bekannt geworden, welche diesem Grundsatz widerspräche.

Wenn man aber unter der Ueberführung einer Sache, wie es doch wohl im Sprachgebrauche begründet sein dürfte, einfach den Transport dieser selben Sache von einem Orte zum anderen versteht, ohne damit eine wiederholte, wesentliche Umänderung derselben unterwegs vorzunehmen, so kann man behaupten, dass bisher noch keine Erscheinung bekannt geworden ist, welche jenem Clausius'schen Satz entspräche. Bei einer dem Wortlaute gemäßen Auffassung von Uebergang muss der Satz vielmehr heißen: »Die Wärme geht stets von dem wärmeren zum kälteren Körper über, niemals in umgekehrter Richtung, ebenso wie die kinetische Energie der lebendigen Kraft niemals einem schneller bewegten Körper von einem langsamer bewegten mitgeteilt werden kann.«

Bei der Wichtigkeit dieses Gegenstandes und im Hinblick auf die mancherlei Erörterungen, zu denen der Clausius'sche Grundsatz nach meinem Dafürhalten unnötigerweise Veranlassung gegeben hat, ist es vielleicht nicht überflüssig, zur Erläuterung ein Beispiel aus der Mechanik fester Körper anzuziehen.

Wir denken uns in einem Gefäße, etwa einer Schachtel, eine gröfsere Anzahl kleiner Kugeln, z. B. Schrotkörner, welche den Raum dieses Gefäßes nach allen möglichen Richtungen wirt durcheinander mit einer bestimmten Geschwindigkeit durchfliegen, welche Geschwindigkeit für alle Kugeln denselben Betrag  $v_1$  haben soll.

Bekanntlich stellt man sich nach der kinetischen Gastheorie die Constitution einer Gasmenge in der Art vor, dass die einzelnen Atome mit einer ihrem Wärmezustande entsprechenden Geschwindigkeit sich bewegen und durch ihr Anprallen gegen einander und gegen die Gefäßwandungen den Druck erzeugen, welcher im Inneren der Gasmenge herrscht. Wir denken uns nun eine zweite solche Schachtel, auch mit Kugeln, in gleicher Weise bewegt, nur soll die Geschwindigkeit jeder Kugel den gröfseren Wert  $v_2$  haben. Wir setzen das eine Gefäß auf das andere und entfernen die trennenden Zwischenwände, so findet ein Zusammenprallen der Kugeln beider Schachteln statt. Es werden Stofswirkungen auftreten,

und zwar werden die langsamer bewegten Kugeln natürlich von den schneller bewegten mehr und mehr beschleunigt, bis schliesslich alle Kugeln eine mittlere, zwischen  $v_1$  und  $v_2$  liegende Geschwindigkeit angenommen haben. Die schneller bewegten Kugeln geben von ihrer Energie an die langsameren ab; niemand wird das Gegenteil behaupten wollen. So verhält es sich auch mit dem Uebergange der Wärme, wenn zwei Körper von verschiedenen Temperaturen mit einander in Berührung kommen; die Wärme tritt aus dem wärmeren in den kälteren Körper über, und zwar von selbst, wie es in dem Clausius'schen Grundsatz heisst. Wir wollen aber nun die Compensation, also eine äufserer Arbeit, hinzufügen, welche auf die langsamer bewegten Kugeln ausgeübt werden soll. Wir denken uns, um diese Arbeit einzuführen, etwa jede dieser Kugeln durch eine äufserer Kraft an einem unendlich dünnen Faden gezogen oder durch einen dünnen Draht geschoben. Was wird jetzt eintreten? Die ursprünglich langsamer bewegten Kugeln werden mehr und mehr beschleunigt, bis ihre kleinere Geschwindigkeit  $v_1$  den gröfseren Betrag  $v_2$  erlangt hat, und erst von dem Augenblicke an, wenn ihre Geschwindigkeit den Betrag  $v_2$  der schnelleren Kugeln erreicht oder sogar etwas übersteigt, kann eine Einwirkung der äufseren Kräfte vermittels der von ihnen beschleunigten Kugeln auf die anderen ursprünglich schnelleren Kugeln eintreten, und diese letzteren werden nun ebenfalls eine Beschleunigung, also einen Zuwachs an Energie, erfahren. Es wird doch niemand behaupten, dieser Zuwachs an Energie, welchen die schnelleren Kugeln erhalten, werde ihnen aus den langsamer bewegten zugeführt, ja man kann auch nicht einmal sagen, er werde ihnen vermittels der langsameren Kugeln mitgeteilt, denn von dem Augenblicke der Einwirkung an sind diese Kugeln nicht mehr die langsamer bewegten, sondern sie müssen eine Geschwindigkeit angenommen haben, welche diejenige  $v_2$  um eine gewisse, wenn auch noch so kleine, Gröfse übersteigt; es wird daher unter allen Umständen die Energie nur von dem schneller bewegten auf den langsamer bewegten Körper übergehen können. Die übertragene Energie stammt aber aus der Arbeit der äufseren Kräfte her.

Genau so verhält es sich mit der Abgabe der Wärme an den wärmeren Körper  $W$  bei dem umgekehrten Carnot'schen Prozesse. Die durch  $A$  dargestellte Luft von geringerer Temperatur  $T_1$  muss durch Aufwendung äußerer Arbeit während der adiabatischen Zusammenpressung  $AD$  erst auf eine Temperatur gebracht werden, welche diejenige  $T_2$  des wärmeren Körpers um eine sehr geringe Größe übersteigt, bevor eine Mitteilung von Wärme an den wärmeren Körper  $W$  stattfinden kann, welche aus der Arbeit  $L_2$  auf dem Wege  $DC$  neu entsteht. Diese Wärme geht also keineswegs aus dem kälteren Körper  $K$  über, sondern sie entsteht aus derjenigen Arbeit  $L_2$ , welche nach dem Begriffe des Kreisprocesses als eines Verwandlungspaares notwendig in Wärme umgewandelt werden muss, wenn man die Wärme  $Q_1$  des kälteren Körpers in Arbeit verwandeln will, um eine Abkühlung des letzteren Körpers zu bewirken.

Der mehrerwähnte Clausius'sche Grundsatz muss bekanntlich zu Hilfe genommen werden, um den zweiten Hauptsatz, d. h. um die allgemeine Gültigkeit der Gleichung

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}$$

für alle vermittelnden Körper zu beweisen, denn von vornherein folgt diese Gleichung nur für vollkommene Gase, d. h. für Körper, welche dem Mariotte'schen und Gay-Lussac'schen Gesetze unterworfen sind. Man kann daher nicht umhin, jenen Clausius'schen Grundsatz gewissermaßen als einen Notbehelf anzusehen, und zwar ist man zu demselben nur so lange genötigt, als man bei dem Carnot'schen Process einen Wärmeübergang annimmt. Der Beweis des zweiten Hauptsatzes lässt sich aber in aller Strenge ohne jenen Grundsatz führen, sobald man den Carnot'schen Kreisprocess als das auffasst, was er in der That ist, nämlich als ein Verwandlungspaar. Dieser Beweis ergibt sich leicht, sobald man nur festhält, dass bei dem Carnot'schen Process ein Gewinn oder Verbrauch von mechanischer Arbeit immer nur als das Resultat von zwei entgegengesetzten Verwandlungen, niemals als das einer einzigen Verwandlung erscheinen kann, und

dass dies der Fall sein muss, folgt mit Notwendigkeit daraus, dass jeder Kreisprocess notwendig aus zwei entgegengesetzten Volumenveränderungen, einer Ausdehnung und einer Zusammenrückung, bestehen muss, und dass es widersinnig sein würde, einen Kreisprocess durch nur eine einzige Volumenveränderung ins Leben treten zu lassen.

Dies vorausgeschickt, sei angenommen, das für Gase gefundene Gesetz

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}$$

habe nicht allgemeine Giltigkeit für alle Körper, und es möge ein beliebiger Körper gedacht werden, welcher zwischen denselben Temperaturen  $T_1$  und  $T_2$  und unter Zuführung derselben Wärmemenge  $Q_2$  aus dem wärmeren Behälter einem Kreisprocesse unterworfen werde. Gesetzt nun, die hierbei an den kälteren Körper abgegebene Wärme betrage nicht, wie bei Gasen,  $Q_1$ , sondern habe den Wert  $Q_1'$ , welcher aus der äquivalenten Arbeit  $L_1' = A Q_1'$  entsteht. Es wird alsdann auch nicht die Arbeit  $L = L_2 - L_1$ , sondern diejenige  $L' = L_2 - L_1'$  erzeugt oder verbraucht. Nun hat man sich nur vorzustellen, es werde der besagte Kreisprocess einmal in directer Richtung mit einem Gase und dann in entgegengesetzter Richtung mit dem beliebigen Körper vorgenommen, und zwar soll in beiden Fällen  $Q_2$  denselben Wert haben. Die Folge dieser beiden Kreisprocesse wird sein, dass der wärmere Körper von der Temperatur  $T_2$  weder Wärme verliert noch gewinnt, da er im zweiten Teile dieselbe Wärmemenge  $Q_2$  zurück erhält, welche er im ersten abgab. Der kältere Körper von der Temperatur  $T_1$  dagegen empfing zuerst die Wärme  $Q_1$  und gab zuletzt diejenige  $Q_1'$  ab; er hat also den Betrag  $Q_1 - Q_1' = Q_0$  gewonnen oder verloren, je nachdem  $Q_1'$  kleiner oder größer als  $Q_1$  vorausgesetzt wird.

Ferner wurde während des ersten Processes die Arbeit

$$L = L_2 - L_1 = \frac{1}{A} (Q_2 - Q_1)$$

gewonnen, und während des zweiten Processes diejenige

$$L' = L_2 - L_1' = \frac{1}{A} (Q_2 - Q_1')$$



verbraucht, so dass als das Resultat beider Procésse eine gewonnene oder verbrauchte Arbeit

$$L_0 = L - L' = \frac{1}{A} (Q_1' - Q_1) = -\frac{1}{A} Q_0$$

folgen würde. Man gelangt also durch die Annahme, dass  $Q_1'$  von  $Q_1$  verschieden ist, zu dem unmöglichen Resultate, dass durch diesen doppelten Carnot'schen Kreisprocess, nach dessen Beendigung die vermittelnden Körper genau wieder in ihren Anfangszustand zurückgekehrt sind, ein bestimmter Arbeitsbetrag  $L_0$  als das Ergebnis einer einzigen Umwandlung der damit äquivalenten Wärmemenge  $Q_0$  gewonnen oder verloren werden könne, ein Resultat, welches nach dem vorstehenden dem Wesen des Kreisprocesses widerspricht; es folgt daher  $Q_0 = 0$  oder  $Q_1 = Q_1'$  für alle Körper.

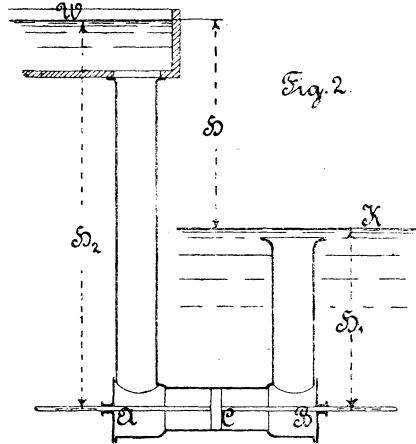
Hierin möchte der Beweis für den zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie enthalten sein, und es dürfte hiernach wohl an der Zeit sein, die bisherige allgemeine Annahme eines Wärmeüberganges bei dem Carnot'schen Kreisprocess und den damit im Zusammenhange stehenden Clausius'schen Grundsatz aufzugeben, indem man den besagten Kreisprocess in der angeführten Weise als ein Verwandlungspaar auffasst.

Zur Erläuterung des bei der Verwandlung der Wärme in Arbeit stattfindenden Vorganges hat man mehrfach das Beispiel eines Wasserrades angeführt, indem man die Temperaturen mit den Höhen der einzelnen Wasserstände, insbesondere die Temperatur  $T_2$  mit der Höhe des Oberwasserspiegels und die niedere Temperatur  $T_1$  mit dem Stande des Unterwassers verglich. Carnot, welcher zuerst dieses Beispiel anwandte, verglich die Wärme mit dem Wasser und behauptete, dass ebenso, wie dieselbe Wassermenge im Untergraben zum Abflusse gelangt, welche durch den Obergraben zugeführt wird, ebenso auch dieselbe Wärmemenge dem kälteren Körper  $K$  mitgeteilt werde, welche von dem wärmeren  $W$  abgegeben wird. Clausius wies zuerst die Unrichtigkeit dieser Behauptung nach, welche mit dem ersten Hauptsatz unvereinbar ist, wonach eine der nutzbar gemachten Arbeit  $L$  äquivalente Wärmemenge verschwinden muss. Carnot glaubte den Vor-

gang dadurch erklären zu können, dass er annahm, eine gewisse Wärmemenge von höherer Temperatur enthalte ein größeres Arbeitsvermögen als dieselbe Wärmemenge bei niederer Temperatur, eine Annahme, welche durch die darüber angestellten Versuche als eine unrichtige erwiesen ist, da diese Versuche ergeben haben, dass einer Wärmeeinheit immer dieselbe Arbeitsleistung von  $424^{\text{mkg}}$  zugehört, und dass die betreffende Temperatur auf diesen Wert ohne Einfluss ist. Der Grund, warum die Schlussfolgerung Carnot's nicht zu einem richtigen Resultate führen könnte, liegt darin, dass hier zwei ungleichartige Dinge, nämlich Wärme und Wasser, mit einander verglichen wurden. Während die Wärme eine Arbeit, also das Product aus einer Kraft und einer Länge, bedeutet, stellt das Wasser ein Gewicht, also eine Kraft, vor. Demgemäß hat Zeuner den Vergleich in der Weise berichtet, dass er das Gewicht des Wassers bei dem Wasserrade nicht mit der Wärme  $Q$ , sondern mit dem Quotienten  $\frac{Q}{T}$  vergleicht, welcher Quotient bei dem umkehrbaren Kreisprocess eine constante Größe  $\frac{Q_2}{T_2} = \frac{Q_1}{T_1}$  ist, und welchen Quotienten ich auch vorhin schlechtweg als Gewicht bezeichnet habe. Da unter dieser Voraussetzung das betreffende Beispiel eines hydraulischen Motors sehr bezeichnend für die Verwandlung der Wärme in Arbeit ist, so möge dasselbe hier in derjenigen Art angeführt werden, wie sie der angegebenen Definition des Kreisprocesses als Verwandlungspaar entspricht.

Denken wir uns für ein vorhandenes Gefälle  $H$  (Fig. 2) zwischen dem Oberwasser  $W$  und dem Unterwasser  $K$  einen hydraulischen Motor, etwa eine Wassersäulenmaschine  $C$ , angeordnet, deren Aufstellungsort aber nicht zwischen  $W$  und  $K$ , sondern unterhalb des Unterwassers in einer Höhe  $H_1$  unter demselben, also in einer Höhe  $H + H_1 = H_2$  unter dem Oberwasserspiegel, gewählt werden soll. Diese Anordnung giebt dann ein Bild von dem Vorgange bei der Umwandlung der Wärme in nutzbare Arbeit. Wenn die Gewichtsmenge von  $1^{\text{kg}}$  Wasser, welches bei  $W$  eintritt, durch die Maschine ge-

gangen ist, so hat dieses Gewicht beim Niedersinken von  $W$  bis  $C$  offenbar eine Arbeit gleich  $H_2$  mkg verrichtet. Der Kolben  $C$  nimmt dabei eine Bewegung in der Richtung von  $A$  nach  $B$  an, und es ist klar, dass hierbei eine ebenso grofse



Gewichtsmenge gleich  $1^{\text{kg}}$  von  $C$  bis zur Höhe  $H_1$  des Unterwasserspiegels gehoben wird, wozu von dem Kolben eine mechanische Arbeit von  $H_1$  mkg ausgeübt werden muss. Die, abgesehen von allen schädlichen Widerständen, nutzbar gemachte Arbeit ist daher durch  $H_2 - H_1$  ausgedrückt, und man kann diese Leistung auffassen als das Resultat von zwei entgegengesetzten Umwandlungen, nämlich aus der Umwandlung der dem Gefälle  $H_2$  zugehörigen potentiellen Energie in Arbeit und aus der Verwendung der Arbeit  $H_1$  zur Erhebung des Wassers auf die entsprechende Höhe.

Die Uebereinstimmung mit dem Carnot'schen Kreisprocess ergibt sich direct, wenn man sich nur vorstellen will, die Höhen  $H_1$  und  $H_2$  über  $C$  entsprächen den absoluten Temperaturen  $T_1$  und  $T_2$ , so dass die Höhenlage von  $C$  gewissermaßen mit dem absoluten Nullpunkte der Temperaturen übereinstimmt. Das unverändert bleibende Gewicht des Wassers entspricht hierbei dem constanten Quotienten  $\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}$ .

Es ist auch deutlich, dass der Vergleich für den umgekehrt geführten Kreisprocess gilt; denn wenn man durch Arbeit von außen den Kolben  $C$  in der Richtung von  $B$  nach  $A$  bewegt, so wirkt die Maschine wie eine Pumpe, durch welche für jedes von  $K$  bis  $C$  niedersinkende kg Wasser die gleiche Gewichtsmenge von  $C$  bis  $W$  erhoben wird, wozu natürlich eine äufsere Arbeit von  $H_2 - H_1$  mkg erfordert wird.

Während also bei einem Carnot'schen Kreisprocesse ein Uebergang der Wärme von einem wärmeren Körper zu einem anderen von niederer Temperatur nicht stattfindet, so bemerken wir einen solchen Uebergang in jedem Falle, wenn zwei Körper von merklich verschiedener Temperatur mit einander in Berührung kommen, ebenso wie auch stets beim Zusammentreffen von zwei ungleich schnell bewegten Körpern durch Stofswirkung ein Uebergang von lebendiger Kraft aus dem schneller bewegten in den langsamer bewegten auftritt. In beiden Fällen bemerken wir also einen Uebergang von Energie, und mit Rücksicht hierauf ist es nun einfach, den Unterschied zwischen einem sogenannten umkehrbaren und einem nicht umkehrbaren Processe festzustellen. Die Möglichkeit, den Carnot'schen Kreisprocess durch die Aufeinanderfolge der entgegengesetzten Vorgänge umkehren zu können, beruht nämlich lediglich darauf, dass bei diesem Processe keinerlei Uebergänge vorkommen, weder solche von Wärme, noch solche von lebendiger Kraft, weil nach dem angeführten Grundsätze diese Uebergänge stets nur in der einen absteigenden, niemals in der entgegengesetzten Richtung erfolgen können. Sollen nun Energieübergänge nicht vorkommen, so sind zwei Bedingungen zu erfüllen. Erstens darf der vermittelnde Körper  $M$  niemals mit anderen Körpern in Berührung kommen, deren Temperatur von seiner eigenen um eine merkbare Gröfse abweicht, weil sonst ein Uebergang von Wärme stattfinden müsste. Zweitens muss aber der Druck, welchen der vermittelnde Körper in irgend einem Zustande ausübt, einem äufseren Gegendrucke begegnen, welcher ihm gleich, oder richtiger, welcher davon nur unendlich wenig verschieden ist, damit die vorausgesetzte Bewegung geschehen